Série.02
NOTIONS DE STATISTIQUES POUR L'ESTIMATION DES INCERTITUDES
Partie I

Exercice 2.1 :

On effectue deux séries de mesurages d'une grandeur adimensionnelle :

Série A :
10,1 ; 9,9 ; 10,0 ; 10,2 ; 9,8

Série B :
10,5 ; 9,5 ; 10,7 ; 9,3 ; 10,0

1. Calculer les moyennes de chaque série.
2. Calculer les écarts-types correspondants.
3. Quelle série est la plus précise ?
4. Donner l'interprétation physique

Exercice 2.2 :

On mesure 40 fois une fréquence (en Hz) :

99,8 ; 100,2 ; 100,1 ; 99,9 ; 100,3 ; 99,7 ; 100,0 ; 100,4 ;
99,8 ; 100,1 ; 100,2 ; 99,9 ; 100,0 ; 100,3 ; 99,6 ; 100,2 ;
99,7 ; 100,1 ; 100,0 ; 99,8 ; 100,4 ; 100,2 ; 99,9 ; 100,1 ;
99,8 ; 100,3 ; 100,0 ; 99,7 ; 100,2 ; 100,1 ; 99,9 ; 100,0 ;
100,3 ; 99,8 ; 100,1 ; 100,2 ; 99,7 ; 100,0 ; 100,4 ; 99,9

1. Déterminer le minimum, le maximum et l'étendue de la série de mesure
2. Déterminer le nombre de classes de valeurs optimal (justifier)
3. Construire le tableau regroupé
4. Tracer l'histogramme des valeurs
5. Tracer l'histogramme des valeurs cumulées
6. La distribution semble-t-elle normale ?

Exercice 2.3 :

Dans un laboratoire d'électronique, on étudie le bruit d'un générateur de tension stabilisée.
Les fluctuations autour de la valeur nominale sont dues à de nombreuses petites perturbations indépendantes (bruit thermique, vibrations, instabilité interne…).

On admet que la tension instantanée suit une loi normale :

$$X \sim \mathcal{N}(5.00\ \text{V}\ ;\ 0.02\ \text{V})$$

1. Quelle est la probabilité que la tension soit comprise entre 4.98 V et 5.02 V ?
2. Quelle est la probabilité qu'elle dépasse 5.05 V ?
3. Déterminer l'intervalle centré en μ contenant 95 % des valeurs.
4. Interpréter physiquement un résultat situé à 5.06 V.

Exercice 2.4 :

A. On mesure à l'aide d'un instrument une longueur *L*. On effectue 100 mesurages et obtient les résultats suivants :
Moyenne : $\bar{l}$=12,007 mm
Ecart-type expérimental : s=0,024 mm

1. Quelle est la loi de probabilité dont les valeurs sont supposées être issues ?
2. Quel est le degré de liberté, ν, de la mesure ?
3. Donner un encadrement de la moyenne, avec un niveau de confiance de 68,27%, sous la forme :

$$L = \bar{l} \pm z_{thé}.s$$

Préciser la valeur de $z_{thé}$.

B. Un autre opérateur effectue une mesure de la même longueur *L*. Il obtient la série des 10 valeurs suivantes (en mm) :

12,01 ; 11,98 ; 12,05 ; 12,00 ; 11,99 ; 12,03 ; 12,02 ; 11,97 ; 12,03 ; 11,99

1. Calculer la moyenne expérimentale
2. Calculer la variance expérimentale, s^2.
3. Calculer l'écart-type expérimental, s.

4. Quel est le degré de liberté, ν, de la mesure ?
5. Quelle est, dans ce cas, la loi de probabilité appropriée pour cadrer la moyenne, pour un niveau de confiance donné ?
6. Donner un encadrement de la moyenne, avec un niveau de confiance de 68,27 %, sous la forme :

$$T = \bar{T} \pm t_{thé}.s$$

Préciser la loi de probabilité utilisée et la valeur de $t_{thé}$.

Comparer les résultats obtenus en A. et B.

Exercice 2.5 :

On mesure 10 fois la période, *T*, d'un pendule (en s). Les valeurs mesurées sont :

2,01 ; 1,98 ; 2,03 ; 2,00 ; 2,02 ; 1,99 ; 2,01 ; 2,04 ; 1,97 ; 2,00

1. Calculer la moyenne des valeurs mesurées, $\bar{T}$.
2. Calculer l'écart-type expérimental, s.
3. Quel est le degré de liberté, ν, de la mesure ?
4. Donner un encadrement de la moyenne avec un niveau de confiance de 95,45 % sous la forme :

$$T = \bar{T} \pm t_{thé}.s$$

Préciser la loi de probabilité utilisée et la valeur de $t_{thé}$.

5. La valeur de référence est 2,00 s. L'expérience est-elle compatible ?

Exercice 2.6 :

On mesure une résistance 8 fois :

$$\bar{R} = 120\,\Omega$$
$$s = 6\,\Omega$$

On suppose les mesurages vérifient une distribution normale.

1. Pourquoi utiliser la loi de Student pour décrire la distribution des valeurs ?
2. Déterminer les degrés de liberté.

3. Calculer l'intervalle de confiance à 95 %.
4. Comparer avec le cas où σ serait connu et égal à 6 Ω.
5. Expliquer pourquoi l'intervalle Student est plus large.

Exercice 2.7 :

On mesure expérimentalement une grandeur adimensionnelle à partir de 7 expériences indépendantes.

Résultats :

$$\bar{x} = 12{,}4$$
$$s = 1{,}8$$
$$n = 7$$

La valeur de référence est 11.

On suppose que les valeurs mesurées sont issues d'une population répondant à une distribution normale.

1. Déterminer les degrés de liberté.
2. Pourquoi doit-on utiliser la loi de Student ?
3. Calculer l'intervalle de confiance à 95 %.
4. L'expérience est-elle compatible avec la valeur de référence ?
5. Donner une interprétation physique (pas seulement statistique).

Exercice 2.8 :

Un capteur de température nous permet d'effectuer des mesures caractérisées par un écart-type:

$$\sigma = 0{,}5°C$$

On effectue 36 mesures indépendantes et on obtient la moyenne des valeurs :

$$\bar{\theta} = 25.4°C$$

On suppose que les erreurs aléatoires vérifient une distribution normale.

1. Déterminer l'intervalle de confiance à 95 %.
2. Donner le résultat sous la forme :

$$\theta = \bar{\theta} \pm U(\theta)$$

4. Interpréter physiquement cet intervalle de confiance (IC).
5. Que devient l'intervalle si n = 100 ?

Exercice 2.9 :

Deux groupes d'opérateurs mesurent la même grandeur adimensionnelle. Ils trouvent :

Groupe A :

$$\bar{x} = 100, \qquad s = 4, \qquad n = 25$$

Groupe B :

$$\bar{x} = 100, \qquad s = 4, \qquad n = 9$$

1. Calculer les IC à 95 %.
2. Comparer leurs largeurs.
3. Lequel est le plus précis ?
4. Pourquoi ?

Exercice 2.10 :

On mesure 10 fois une résistance. On trouve :

Moyenne = 100 Ω
Écart-type expérimental = 2 Ω

1. Quel test utiliser ?
2. Déterminer ν
3. Calculer l'IC à 95 %
4. Pourquoi l'intervalle est plus large que dans le cas normal ?